

Glossaire

de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques

1. Didactique des mathématiques
2. Situation (mathématique)
3. Théorie des situations didactique en mathématiques
4. Actant, Milieu
5. Situation fondamentale (correspondant à un savoir) :
6. Situation (a-didactique) d'action (relative une connaissance)
7. Modèle implicite
8. Situation (a-didactique) de formulation (d'une connaissance)
9. Situation (a-didactique) de validation (sociale et culturelle)
10. Obstacles
11. Situation d'institutionnalisation d'une connaissance
12. Constructivisme radical
13. Dévolution
14. Connaissances et savoirs
15. Contrat didactique
16. Effet Topaze
17. Effet Jourdain
18. Glissements métacognitif et metadidactique
19. L'usage abusif de l'analogie
20. Effet «Diénès »
21. Paradoxe du comédien
22. Paradoxe de la dévolution des situations

1. Didactique des mathématiques

C'est la science des conditions spécifiques de la diffusion des connaissances mathématiques nécessaires aux occupations des hommes (sens large). Elle s'occupe (sens restreint) des conditions où une institution dite « enseignante » tente (mandatée au besoin par une autre institution) de modifier les connaissances d'une autre dite « enseignée » alors que cette dernière n'est pas en mesure de le faire de façon autonome et n'en ressent pas nécessairement le besoin. Un projet didactique est un projet social de faire approprier par un sujet ou par une institution un savoir constitué ou en voie de constitution. L'enseignement comprend l'ensemble des actions qui cherchent à réaliser ce projet didactique.

¹ Toutes ces « définitions » ont été rédigées par Guy BROUSSEAU en correction d'un choix de citations dû à Bernard SARRAZY

2. Situation (mathématique)

Les conditions d'une des utilisations particulières d'une connaissance mathématique sont considérées comme formant un système appelé « situation ».

Une situation est

D'une part, un *jeu* hypothétique (qui peut être défini mathématiquement), qui explicite un système minimal de conditions nécessaires dans lesquelles une connaissance (mathématique) déterminée, peut se manifester par les décisions aux effets observables (des actions) d'un *actant* sur un *milieu*.

D'autre part, un modèle du type ci-dessus, destiné à interpréter la partie des décisions observables d'un sujet réel qui relèvent de son rapport à une connaissance mathématique déterminée.

Une situation est caractérisée dans une institution par un ensemble de relations et de rôles réciproques d'un ou de plusieurs sujet (élève, professeur, etc.) avec un milieu, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Le milieu est constitué des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation. Le sujet détermine une certaine évolution parmi des états possibles et autorisés de ce milieu, vers un état terminal qu'il juge conforme à son projet. Remarquons qu'une *tâche* est une action acceptée a priori par l'actant comme étant déterminée, dans une situation convenue. La situation permet de « comprendre » les décisions du professeur et des élèves, erreurs ou appropriées.

3. Théorie des situations didactiques en mathématiques

« La théorie des situations comporte donc deux objectifs, d'une part l'étude de la consistance des objets et de leurs propriétés (logiques, mathématiques, ergonomiques), nécessaires à la construction logique et à l'invention de « situations », et d'autre part la confrontation scientifique (empirique ou expérimentale) de l'adaptation de ces modèles et de leurs caractéristiques avec la contingence.

Les situations hypothétiques considérées appartiennent à deux catégories : *les situations didactiques* où un actant, un professeur, par exemple, organise un dispositif qui manifeste son intention de modifier ou de faire naître les connaissances d'un autre actant, un élève par exemple et lui permet de s'exprimer en actions, et *les situations « non didactiques »* où l'évolution de l'actant n'est soumise à aucune intervention didactique directe. Rq : la dénomination n'est pas heureuse car une telle situation peut servir dans un projet didactique et à ce titre être dite « didactique : qui sert à enseigner », suivant l'usage commun). La modélisation des enseignements effectifs conduit à combiner les deux : certaines situations didactiques ménagent au sujet de l'apprentissage des situations partiellement libérées d'interventions directes : *les situations a-didactiques*. »

Une situation modélise les enjeux et les possibilités de décision d'un actant dans un certain milieu. Elle est choisie de telle manière que la stratégie de résolution ne puisse être mise en œuvre que grâce à une certaine connaissance mathématique, l'apparition de cette décision sans l'usage par l'actant de la connaissance visée étant hautement improbable. La méthode qui consiste à définir un objet mathématique par un ensemble de relations qu'il est seul à satisfaire est classique. La seule différence ici est que l'ensemble des relations est un « jeu » au sens mathématique. La détermination d'une connaissance mathématique par un problème dont cette connaissance est la solution est un procédé aussi ancien que les mathématiques. La TSDM est simplement une théorisation de ce procédé. Il existe de nombreuses situations relatives à une même connaissance. De même, de nombreuses connaissances peuvent intervenir dans une décision unique. Un des objets de la théorie des situations didactiques en mathématiques (T.S.D.M) est de classer les situations et par conséquent les connaissances en fonction de leurs rapports et des possibilités d'apprentissage et d'enseignement qu'elles offrent.»

La théorie classe les situations selon leur structure (action, formulation, validation, institutionnalisation etc.) lesquelles déterminent des types de connaissances (modèles

implicites d'action, langages, théorèmes...) différents. Cette typologie explique aussi et l'expérience montre que leurs modes d'apprentissages sont différents.

4. Actant, Milieu

Le *milieu* est le système antagoniste de l'actant. Dans une situation d'action, on appelle "milieu" tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit.

L'*actant* est « ce » qui dans le modèle agit sur le milieu de façon rationnelle et économique dans le cadre des règles de la situation. En tant que modèle d'un élève ou plus généralement d'un sujet, il agit en fonction de son répertoire de connaissances.

La *structuration du milieu didactique de l'élève* fait apparaître un emboîtement de situations correspondant à des projets distincts et dont chacune sert de milieu à la suivante.

Le *milieu d'un concept mathématique* est l'agrégat des milieux des situations où les connaissances liées à ce concept apparaissent comme moyen de résolution. Exemple : la feuille de papier, la règle graduée et le compas engendrent le milieu de la géométrie plane euclidienne.

5. Situation fondamentale (correspondant à un savoir)

C'est un schéma de situation capable d'engendrer par le jeu des variables didactiques qui la déterminent, l'ensemble des situations correspondant à un savoir déterminé. Une telle situation, lorsqu'on peut l'identifier, offre des possibilités d'enseignement mais surtout une représentation du savoir par les problèmes où il intervient permettant de restituer le sens du savoir à enseigner.

6. Situation (a-didactique) d'action (relative à une connaissance)

C'est une situation où la connaissance du sujet se manifeste seulement par des décisions, par des actions régulières et efficaces sur le milieu et où il est sans importance pour l'évolution des interactions avec le milieu que l'actant puisse ou non identifier, expliciter ou expliquer la connaissance nécessaire.

7. Modèle implicite

Modèle implicite d'action : C'est d'abord une description systématique aussi simple que possible des comportements d'un actant dans une situation. On l'appellera stratégie (valable pour tous les cas) ou tactique (pour certains seulement). Ce modèle peut être utilisé pour tenter de prévoir les comportements effectifs d'un sujet, mais il est construit par l'observateur d'après des critères objectifs, que le sujet observé ait conscience ou non de ce qu'il fait et qu'il soit capable de l'explicitier ou non.

En T.S.D.M. un *Modèle implicite d'action* est, de plus, une représentation simplifiée mais suffisante de la façon dont une connaissance sous une forme particulière (ex. théorème en acte...) peut déterminer les comportements d'un actant dans une situation donnée. Cette représentation du fonctionnement des connaissances dans les décisions, suivant leur validité et leur utilité dans des circonstances précises est l'instrument fondamental de la TSDM comme épistémologie expérimentale.

8. Situation (a-didactique) de formulation (d'une connaissance)

C'est une situation qui met en rapport au moins deux actants avec un milieu. Leur succès commun exige que l'un formule la connaissance en question (sous une forme quelconque) à l'intention de l'autre qui en a besoin pour la convertir en décision efficace sur le milieu. La formulation consiste pour ce couple d'actants à utiliser un répertoire connu pour formuler un message original, mais la situation peut conduire à modifier ce répertoire. On peut déduire théoriquement et vérifier expérimentalement qu'une formulation « spontanée » de connaissance exige que cette connaissance existe préalablement comme modèle implicite d'action chez les deux actants.

9. Situation (a-didactique) de validation (sociale et culturelle)

Une situation de validation est une situation dont la solution exige que les actants établissent ensemble la validité de la connaissance caractéristique de cette situation. Sa réalisation effective dépend donc aussi de la capacité des protagonistes d'établir ensemble explicitement cette validité. Celle-ci s'appuie sur la reconnaissance par tous d'une conformité à une norme, d'une constructibilité formelle dans un certain répertoire de règles ou de théorèmes connus, d'une pertinence pour décrire des éléments d'une situation, et/ou d'une adéquation vérifiée pour la résoudre. Elle implique que les protagonistes confrontent leurs avis sur l'évolution du milieu et s'accordent selon les règles du débat scientifique.

10. Obstacles

Un obstacle est un ensemble de difficultés d'un actant (sujet ou institution), liées à « sa » conception d'une notion. Cette conception a été établie par une activité et par une adaptation correctes, mais dans des conditions particulières, qui l'ont déformée ou qui en ont limité la portée. Les difficultés créées par cette conception sont liées par des « raisonnements » mais aussi par les nombreuses circonstances où cette conception intervient. Ainsi la conception résiste au simple apprentissage d'une connaissance plus correcte. Les difficultés semblent disparaître, mais elles réapparaissent de façon inattendue et causent des erreurs par des relations insoupçonnées. L'identification et l'inclusion explicite du rejet d'un obstacle dans la nouvelle connaissance sont généralement des conditions nécessaires à son usage correct.

Les *obstacles d'origine ontogénique* sont ceux qui surviennent du fait des limitations (neurophysiologiques entre autres) du sujet à un moment de son développement: il développe des connaissances appropriées à ses moyens et à ses buts à cet âge là.

Les *obstacles d'origine didactique* sont ceux qui semblent ne dépendre que d'un choix ou d'un projet du système éducatif. Par exemple, la présentation actuelle des décimaux au niveau élémentaire est le résultat d'une longue évolution dans le cadre d'un choix didactique fait par les encyclopédistes puis par la Convention: compte tenu de leur utilité, les décimaux allaient être enseignés à tout le monde le plus tôt possible, associés à un système de mesure, et en se référant aux techniques d'opération dans les entiers. Ainsi, aujourd'hui, les décimaux sont, pour les élèves, "des entiers naturels avec un changement d'unité", donc des "naturels" (avec une virgule) et des mesures.

Les *obstacles d'origine épistémologique* sont ceux auxquels on ne peut, ni ne doit échapper, du fait même de leur rôle constitutif dans la connaissance visée. On peut les retrouver dans l'histoire des concepts eux-mêmes. Cela ne veut pas dire qu'on doit amplifier leur effet ni qu'on doit reproduire en milieu scolaire les conditions historiques où on les a vaincus.

11. Situation d'institutionnalisation d'une connaissance

C'est une situation qui se dénoue par le passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle, celui de référence pour des utilisations futures, personnelles ou collectives. Exemple : la résolution d'un problème, si elle déclarée typique peut devenir méthode ou théorème. Avant l'institutionnalisation, l'élève ne peut pas se référer à ce problème qu'il sait résoudre : devant un problème semblable, il doit produire à nouveau la démonstration. Au contraire après l'institutionnalisation, il peut utiliser le théorème sans en redonner la démonstration ou la méthode sans la justifier. L'institutionnalisation comporte donc un changement de convention entre les actants, une reconnaissance (justifiée ou non) de la validité et de l'utilité d'une connaissance, et une modification de cette connaissance - qui est « encapsulée » et désignée - et une modification de son fonctionnement. Il correspond donc à une institutionnalisation une certaine transformation du répertoire commun accepté et utilisé par ses protagonistes. L'institutionnalisation peut consister en une adjonction au répertoire mais aussi en un retrait d'une croyance commune reconnue soudain comme fausse. Les connaissances du répertoire fonctionnent avec un jeu de status plus complexe, suivant leur usage. Une institutionnalisation

peut consister en modifications plus subtiles. Par exemple l'adoption d'un abus de langage comme signe de l'appartenance à une institution.

L'institutionnalisation peut déjà se produire dans des situations non didactiques d'auto-apprentissage spontané et aussi dans des processus auto-didactiques, c'est alors une convention interne au groupe d'actants (*institutionnalisation non didactique*).

Mais elle est évidemment fondamentalement liée au processus didactique et résulte d'une intervention spécifique. C'est elle qui permet au professeur et à l'élève de reconnaître et de légitimer « l'objet de l'enseignement », même s'ils le voient de façons différentes. Elle peut consister en la reconnaissance par l'enseignant de la valeur d'une production des élèves.

Elle affirme alors : (1) que la proposition de l'élève est valide et reconnue comme telle hors du contexte particulier de la situation présente, (2) qu'elle servira dans d'autres occasions, encore non connues, (3) qu'il sera alors plus avantageux de la reconnaître et de l'utiliser sous sa forme réduite que de l'établir à nouveau (4) qu'elle sera acceptée directement par tous ou au moins par les initiés.

12. Constructivisme radical

Le constructivisme radical est une théorie pédagogique qui affirme que l'élève ne s'approprie que les connaissances qu'il produit lui-même. Elle assure donc en d'autres termes, que sans autre intervention didactique que le choix des situations non didactiques appropriées, les élèves peuvent (doivent) produire, par une construction autonome, des connaissances équivalentes à celles que la société veut leur enseigner (et qu'elle a elle même construites de façon non didactique).

Or l'institutionnalisation non didactique d'une connaissance ne peut pas déterminer a priori sa valeur scientifique et sa portée à partir d'un processus personnel et local. Même dans les processus scientifiques historiques, pour l'avenir, les producteurs d'une connaissance ne peuvent qu'en supputer l'importance et l'usage. Il est donc techniquement et légitimement impossible à un professeur d'affirmer que l'institutionnalisation non didactique qu'il peut observer ou obtenir de ses élèves produit des connaissances équivalentes à celles qui ont cours dans la société et qui sont le fruit d'événements et de processus historiques, que par définition ces élèves ignorent. Cette observation condamne le constructivisme radical comme modèle didactique.

13. Dévolution

Processus par lequel l'enseignant parvient dans une situation didactique à placer l'élève comme simple actant dans une situation a-didactique (à modèle non didactique). Il cherche par là à ce que l'action de l'élève ne soit produite et justifiée que par les nécessités du milieu et par ses connaissances, et non par l'interprétation des procédés didactiques du professeur. La dévolution consiste pour l'enseignant, non seulement, à proposer à l'élève une situation qui doit susciter chez lui une activité non convenue, mais aussi à faire en sorte qu'il se sente responsable de l'obtention du résultat proposé, et qu'il accepte l'idée que la solution ne dépend que de l'exercice des connaissances qu'il possède déjà. L'élève accepte une responsabilité dans des conditions qu'un adulte refuserait puisque s'il y a problème puis création de connaissance, c'est parce qu'il d'abord doute et ignorance. C'est pourquoi la dévolution crée une responsabilité mais pas une culpabilité en cas d'échec.

(voir *paradoxe de la dévolution*)

La dévolution, fait pendant à l'institutionnalisation. Ce sont les deux interventions didactiques du professeur sur la situation « élève -milieu -connaissance ». Elle est un élément important sui generis du contrat didactique.

14. Contrat didactique.

C'est l'ensemble des obligations réciproques et des « sanctions » que chaque partenaire de la situation didactique

- impose ou croit imposer, explicitement ou implicitement, aux autres

- et celles qu'on lui impose ou qu'il croit qu'on lui impose, à propos de la connaissance en cause. Le contrat didactique est le résultat d'une « négociation » souvent implicite des modalités d'établissement des rapports entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif. On peut considérer que les obligations du professeur vis à vis de la société qui lui délègue sa légitimité didactique sont aussi une partie déterminante du "contrat didactique".

Le contrat didactique n'est pas en fait un vrai contrat car il n'est pas explicite, ni librement consenti, et parce que ni les conditions de ruptures, ni les sanctions ne peuvent être données à l'avance puisque leur nature didactique, celle qui importe, dépend d'une connaissance encore inconnue des élèves -.

De plus il est souvent intenable. Il met le professeur devant une véritable injonction paradoxale : tout ce qu'il fait pour faire produire, par les élèves les comportements qu'il attend, tend à diminuer l'incertitude de l'élève et par là à priver ce dernier des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée: si le maître dit ou signifie ce qu'il veut que l'élève fasse, il ne peut plus l'obtenir que comme exécution d'un ordre et non par l'exercice de ses connaissances et de son jugement (premier paradoxe didactique). (Cf. l'effet Topaze, l'effet Jourdain). Mais l'élève est lui aussi devant une injonction paradoxale: s'il accepte que, selon le contrat, le maître lui enseigne les solutions et les réponses, il ne les établit pas lui-même et donc, n'engage pas les connaissances (mathématiques) nécessaires et ne peut se les approprier ; Vouloir apprendre, impliquerait alors pour lui de refuser le contrat didactique pour prendre en charge le problème de façon autonome. L'apprentissage va donc reposer, non pas sur le bon fonctionnement du contrat, mais sur ses *ruptures et ses ajustements*." Lorsqu'il y a rupture (échec de l'élève ou du professeur) les partenaires se comportent comme s'il y avait eu entre eux un contrat.

En fait le contrat est une forme de définition d'une situation didactique. Elle lui est équivalente, mais elle permet de dresser un inventaire des contrats suivant la répartition des responsabilités entre l'enseignant et l'élève.

15. Connaissances, savoirs

La T.S. fait apparaître divers formes de connaissances comme *moyens* de prendre une décision, de *choisir* une action, une formulation, une preuve etc.. Le sens ainsi donné à « *connaissance* » correspond assez bien à celui donné par Le Littré « d'idée *exacte* d'une réalité, de sa situation, de son sens de son caractère de son fonctionnement » (acception 3) si on excepte la condition d'exactitude (puisque le sujet peut avoir une connaissance inexacte aux yeux de l'observateur). Mais la T.S. décrit aussi tout une chaîne de rapports réflexifs à cette première forme de connaissance : comment la formulation opère nécessairement sur des modèles implicites, la validation sur des formulations, l'institutionnalisation sur des assertions etc. Une situation où les connaissances qui ont servi ailleurs comme moyen de décision, sont explicitement l'objet d'une action ou d'une étude, d'une identification, d'une classification, d'une articulation avec d'autres etc. donne alors à ces connaissances une autre fonction : celle d'objets de l'action du sujet. Nous appelons ces nouveaux objets : « *savoirs* » (le pluriel est alors possible), lorsqu'ils présentent certains caractères de stabilité, de validité etc..

Dans ces situations où il manipule des savoirs, le sujet utilise des *connaissances* au sens précédent, qui, elles, ne sont pas son objet d'études mais ses moyens. Ainsi un même énoncé peut être une connaissance ou un savoir suivant son rôle dans une situation. Par exemple les modèles spontanés en dynamique élémentaire sont des formes de connaissance des situations qualitatives, opposées aux savoirs qui se manifestent dans les calculs. Autre exemple : l'énoncé d'un théorème peut être à un moment donné considéré comme un savoir (s'il est une référence, ou un objet d'étude etc.), sa démonstration comme une connaissance, un moyen de se convaincre de la vérité du théorème. Mais un moment plus tard la démonstration pourra devenir un savoir, l'objet d'une vérification serrée. Pour l'observateur un savoir est un moyen de *reconnaître* et de *traiter* des connaissances et des rapports entre connaissances (lesquelles étaient des idées d'une réalité dans d'autres situations), ce qui se manifeste par des réécritures, du métalangage, etc.

La conversion d'une connaissance – c'est-à-dire d'un moyen de décision - en savoir, et celle d'un savoir en moyen de décision peuvent paraître comme évidentes et mécaniques ou comme le résultat d'un simple changement de point de vue. L'une et l'autre peuvent prendre des siècles à l'humanité, et des efforts considérables à un élève.

La distinction est importante en didactique : seuls les savoirs sont assez facilement traités dans les évaluations et dans les décisions didactiques actuelles. Or les connaissances sont indispensables à la mise en œuvre des savoirs. Les décisions prises sans en tenir compte conduisent à de mauvaises corrections et à des résultats décevants.

Les termes « connaissances » et « savoirs » sont presque synonymes en français et ne peuvent être traduits que par un seul mot dans de nombreuses langues. De plus ils sont généralement associés à l'idée d'exactitude, de validité scientifique « objective ». Or la T.S. s'intéresse au fonctionnement réel de ce qui tient lieu de connaissance ou de savoir dans une situation ou dans une institution donnée, qui peut ignorer la vérité que connaît l'observateur. C'est pourquoi nous avons proposé les termes c-knowledge (c du grec *cognocere*, qui naît avec la connaissance) et s-knowledge (s du latin *sapere* apprécier la saveur - de la connaissance) pour éviter des méprises

La T.S. permet de diversifier les rapports des connaissances avec des décisions d'un actant dans un milieu. Elle permet par là de substituer dans l'analyse de la connaissance le *fonctionnement* à la simple *représentation* : les connaissances avec lesquelles l'*observateur* décrit le milieu et celles qu'il prête à l'actant en rapport avec ce milieu ne sont pas nécessairement dans un rapport d'analogie.

16. Effet Topaze

La première scène du célèbre "Topaze" de Marcel Pagnol illustre un des processus fondamentaux dans le contrôle de l'incertitude: le maître fait une dictée à un mauvais élève; ne pouvant pas accepter trop d'erreurs trop grossières et ne pouvant pas non plus donner directement l'orthographe demandée, il "suggère" la réponse en la dissimulant sous des codages didactiques de plus en plus transparents. Le problème est complètement changé, l'enseignant mendie une marque d'adhésion et négocie à la baisse les conditions dans lesquelles l'élève finira par donner la réponse attendue, le professeur a fini par prendre à sa charge l'essentiel du travail. La réponse que doit donner l'élève est déterminée à l'avance, le maître choisit les questions auxquelles cette réponse peut être donnée. Evidemment les connaissances nécessaires pour produire ces réponses changent leur signification aussi. En prenant des questions de plus en plus faciles, il essaie de conserver la signification maximum pour le maximum d'élèves. Si les connaissances visées disparaissent complètement, c'est "l'effet Topaze".

17. Effet Jourdain

Ainsi nommé par référence à la scène du "Bourgeois Gentilhomme" où le maître de philosophie révèle à Jourdain ce que sont la prose ou les voyelles. Tout le comique de la scène est basé sur le ridicule de cette sacralisation répétée d'activités familières dans un discours savant. Le professeur, pour éviter le débat de connaissance avec l'élève et éventuellement le constat d'échec, admet de reconnaître l'indice d'une connaissance savante dans les comportements ou dans les réponses de l'élève, bien qu'elles soient en fait motivées par des causes et des significations banales. C'est une forme d'effet Topaze

18. Glissements métacognitif et metadidactique

Le *glissement métacognitif* est le remplacement d'une connaissance par un de ses modèles par une description en metalangage. Le *glissement metadidactique* est le processus didactique qui conduit à l'utilisation didactique effrénée du glissement métacognitif.

Lorsqu'une activité d'enseignement a échoué, le professeur peut être conduit à se justifier et, pour continuer son action, à prendre ses propres explications et ses moyens heuristiques comme objets d'étude à la place de la véritable connaissance mathématique. D'objets d

d'études ils deviennent par le même processus objets d'enseignement. Cet effet peut se réitérer, se cumuler plusieurs fois, concerner toute une communauté et constituer un véritable processus échappant au contrôle de ses acteurs. L'exemple le plus frappant est probablement celui qui concerne l'usage des graphes dans les années 60 pour enseigner les structures, méthode à laquelle s'est attaché le nom de G. Papy. Les propriétés ou les objets mathématiques étaient définis par des prédicats, eux même représentés par des ensembles, représentés par des graphes, eux mêmes par des « patates » etc. Chaque niveau avait son langage propre et son métalangage. Une relation réflexive devenait « une relation bouclée partout ».

19. L'usage abusif de l'analogie

C'est procédé didactique qui utilise l'analogie comme argument pour faire admettre et apprendre une connaissance par l'accumulation de circonstances « analogues ».

L'analogie est un excellent moyen heuristique lorsqu'elle est utilisée sous la responsabilité de celui qui en fait usage. Mais son utilisation dans la relation didactique en fait un redoutable moyen de produire des effets "Topaze". C'est pourtant une pratique naturelle ; si des élèves ont échoué dans leur apprentissage, il leur faut donner une nouvelle chance sur le même sujet. Ils le savent. Même si le professeur dissimule le fait que le nouveau problème ressemble à l'ancien, les élèves vont chercher – c'est légitime – la solution qu'on leur a déjà donnée. Cette réponse ne signifie pas qu'ils la trouvent idoine pour la question posée mais seulement qu'ils ont reconnu à des indices, peut-être tout à fait exogènes et non contrôlés, que le professeur voulait qu'ils la produisent. Ils obtiennent la solution par une lecture des indications didactiques et non pas un investissement du problème. Et ils y ont intérêt car après plusieurs échecs sur des problèmes semblables mais non justifiés, non reconnus, le professeur s'appuiera sur ces analogies soudain renouvelées, pour reprocher à l'élève sa résistance opiniâtre (cet effet est utilisé par R. Devos dans son sketch des deux bouts d'un bois). "Ca fait un bout de temps que je vous le dis !"

D'autres procédés rhétoriques entre autres les métaphores et les métonymies sont employés de la même façon. La contradiction vient de ce que la règle par laquelle on veut faire admettre une connaissance aux élèves et déniée dans la connaissance enseignée : en mathématiques comparaison n'est pas raison.

20. Effet « Diénès »

Plus le professeur se croit assuré de la réussite par les effets d'un dispositif ou d'un matériel didactiques et de « lois » psychologiques ou autres, indépendantes de son investissement personnel, et plus il risque d'échouer... ! Ce phénomène expliquerait pourquoi les professeurs novateurs et prosélytes réussissent leur enseignement alors que les novateurs qui font confiance à la méthode échouent. Nous appelons *effet Diénès* ce phénomène en référence à une étude portant sur la diffusion des mathématiques modernes dans l'enseignement obligatoire suivant une méthode proposée par Zoltan Dienès. L'existence de cet effet montre la nécessité d'intégrer les rapports maître-élève dans toute théorie didactique.

21. Paradoxe du comédien

Diderot a formulé dans une étude célèbre le paradoxe inhérent à l'activité du comédien : Plus l'acteur éprouve les émotions qu'il veut présenter, moins il est capable de les faire éprouver au spectateur car "observateur continu des effets qu'il produit, l'acteur devient en quelque sort spectateur des spectateurs en même temps qu'il l'est de lui-même et peut ainsi perfectionner son jeu". Ce paradoxe se prolonge au cas du professeur. S'il produit lui-même ses questions et ses réponses de mathématiques, il prive l'élève de la possibilité d'agir. Il doit donc laisser du temps, laisser des questions sans réponses, utiliser celles que l'élève lui donne et les intégrer dans sa propre démarche en leur laissant une place de plus en plus grande... Ce schéma idyllique peut se dérouler tant que le professeur fabrique un savoir nouveau mais si le savoir

est déterminé à l'avance, cette "liberté, n'est plus qu'un jeu d'acteur et l'élève est convié à être un autre acteur, astreint à un texte ou tout au moins à un canevas, qu'il est censé ignorer.

Le paradoxe sur le comédien montre un effet opposé à l'effet Diénès. Il dit que si le professeur éprouve à la première personne les rapports qu'il veut enseigner, il ne peut en faire dévolution aux élèves, mais que s'il n'investit pas de désir personnel et de responsabilité dans la réussite de ses élèves, la dévolution qu'il propose ne peut être acceptée. La relation didactique s'entretient par une équilibre dynamique entre ces deux effets.

22. Paradoxe de la dévolution des situations

Le professeur a l'obligation sociale *d'enseigner* tout ce qui est nécessaire à propos du savoir. L'élève – surtout lorsqu'il est en échec – le lui demande. Ainsi donc, plus le professeur cède à ces demandes et dévoile ce qu'il désire, plus il dit précisément à l'élève *ce* que celui-ci doit faire, plus il risque de perdre ses chances d'obtenir et de constater objectivement l'apprentissage qu'il doit viser en réalité. C'est le premier paradoxe : ce n'est pas tout à fait une contradiction, mais le savoir et le projet d'enseigner vont devoir s'avancer sous un masque. Ce contrat didactique met donc le professeur devant une véritable injonction paradoxale : tout ce qu'il entreprend pour faire produire par l'élève les comportements qu'il attend, tend à priver ce dernier des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée : si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir. Mais l'élève est, lui aussi, devant une injonction paradoxale : s'il accepte que, selon le contrat, le maître lui enseigne les résultats, il ne les établit pas lui-même et donc il n'apprend pas de mathématiques, il ne se les approprie pas. Si, au contraire, il refuse toute information de la part du maître, alors, la relation didactique est rompue. Apprendre, implique, pour lui, qu'il accepte la relation didactique mais qu'il la considère comme provisoire et s'efforce de la rejeter.