Les cahiers du laboratoire Leibniz

Cadre, registre et conception

Note sur les relations entre trois concepts clés de la didactique

Nicolas Balacheff

Laboratoire Leibniz-IMAG, 46 av. Félix Viallet, 38000 GRENOBLE, France - n° 58

ISSN : 1298-020X Sep. 2002

Site internet : http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/

Cadre, registre et conception[1]

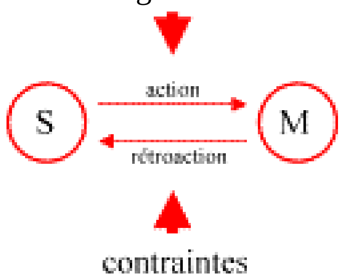
Note sur les relations entre trois concepts clés de la didactique

Nicolas Balacheff [2]
CNRS

1. Introduction

Les mots « cadre », « registre » et « milieu » désignent des concepts largement utilisés par les chercheurs en didactique des mathématiques à des fins de modélisation de situations ou d'analyse des activités des élèves. Les définitions de ces mots ont été plus ou moins formalisées, notamment par les auteurs qui en ont forgé ou discuté le sens dans le cours de leurs travaux de recherche : Régine Douady (1984), Raymond Duval (1995), Michèle Artigue (1991). Cependant, et malgré une littérature importante, leurs usages se sont plus ou moins stabilisés, et l'on peut remarquer que distinguer « cadre », « registre » et « conception» est un problème que rencontrent souvent les jeunes chercheurs. C'est pour eux, essentiellement, que j'ai rédigé ce texte au cours duquel je propose une analyse des relations qu'entretiennent ces trois concepts clés de la didactique des mathématiques.

Au cœur de la problématique didactique se trouve le tissu des relations entre un savoir pris comme référence et un système cognitif complexe [Sujet<>Milieu], que constitue un sujet humain interagissant avec un milieu à la définition duquel il participe (Brousseau 1986 p.89).



Caractériser le système [Sujet<>Milieu] relativement à un savoir donné et préciser les conditions de son évolution vers un état précisé sont les deux grandes catégories de problèmes que nous devons pouvoir formuler, analyser et à la résolution desquels nous travaillons. Dans cette problématique, ce n'est pas le sujet en soi (nous serions dans un paradigme psychologique d'étude du sujet qui apprend), ni le milieu en soi (nous serions dans un paradigme d'ingénierie des moyens d'enseignement) qui sont les objets de la modélisation, mais les interactions entre ces deux termes attestées par les actions du premier et les rétroactions du second. C'est pour cette raison que j'ai choisi de caractériser les conceptions (on aurait dit connaissances à une époque) comme une propriété émergente des interactions au sein du système [Sujet<>Milieu] (Balacheff 1995) et non comme une propriété attribuée à l'élève qui apprend. Une situation didactique est alors l'actualisation d'un ensemble de contraintes sur le système [Sujet<>Milieu] pour en provoquer l'évolution, comme l'a modélisé Guy Brousseau.

[1] Ce texte reproduit l'essentiel de mon exposé lors de la journée organisée en hommage à Régine Douady en décembre 2001. Il bénéficie des questions qui me furent posées en cette occasion, ainsi que de celles des participants au séminaire DidaTech de janvier 2002 dans le cadre duquel j'ai repris cet exposé. Je remercie plus particulièrement Régine Douady, Bettina Pedemonte, Nathalie Gaudin et Sophie Soury-Lavergne pour leurs remarques sur les premières versions de ce texte.

[2] Laboratoire Leibniz-IMAG, Grenoble

On portera un jugement de connaissance sur le système [Sujet<>Milieu] si ce système a la capacité de retrouver un état d'équilibre à la suite d'une perturbation. Certaines perturbations demandent la construction d'un nouvel équilibre, qualitativement différent de l'équilibre initial, on dit alors qu'il y a « apprentissage ». En mathématiques, nous appelons « problèmes » ces perturbations qui résultent soit d'une modification du milieu, soit d'un jeu de contraintes sur le système [Sujet<>Milieu], soit — mais plus rarement dans notre contexte — d'une modification de S (par exemple dans le cas de certaines lésions du cerveau).

Michèle Artigue (1991) a mis en évidence l'importance du concept de « conception » en didactique des mathématiques en même temps qu'elle nous a montré la faible formalisation de ce concept dans notre travail de théorisation. Une telle formalisation serait pourtant bien utile alors que les conceptions des élèves, celle des professeurs et — il faudra bien y venir — celles des chercheurs, sont partout présentes dans le travail du didacticien. Cherchant à faire avancer cette question, il m'est rapidement apparu que quatre composantes, indissociables, s'imposent dès que l'on souhaite rendre compte d'une conception : une sphère de pratique, ensemble P de problèmes (dont Gérard Vergnaud nous rappelle qu'en mathématiques ils sont sources et critères du savoir), un ensemble R d'opérateurs qui permettent le traitement des problèmes, un système de représentation L qui permet la représentation des problèmes et des opérateurs, et, enfin, une structure de contrôle Σ qui donne et organise les fonctions de décision, de choix, de jugement de validité et d'adéquation de l'action. J'ai finalement postulé, reprenant et étendant en fait le modèle séminal de Gérard Vergnaud (1990), que ce quadruplet (P, R, L, Σ) suffit pour caractériser une conception en mathématiques.

Je prendrai un exemple rapide pour illustrer cette formalisation :

> La conception « nombre entier à virgule », classiquement mise en évidence parmi les conceptions des nombres décimaux, peut être caractérisée par une sphère de pratique qui est constituée de l'extension à un nouveau domaine numérique des problèmes additifs et multiplicatifs des entiers naturels, de l'ensemble des opérateurs du calcul numérique sur les entiers naturels augmenté des opérateurs spécifiques du traitement de la virgule, d'un système d'écriture décimal incluant le traitement de la virgule, et enfin d'une structure de contrôle reprenant les opérateurs de contrôle du calcul numérique augmenté des contrôles spécifiques du traitement de la virgule. Une telle conception contiendra, parmi d'autres, les contrôles que constituent les propositions : « il n'existe pas de nombre entre deux nombres consécutifs », ou encore : « le résultat d'une multiplication est supérieur à chacun de ses deux facteurs ».

Régine Douady propose les *jeux de cadres* comme moyen de faire évoluer les conceptions des élèves en mathématiques. Voici comment elle présente cet objectif dans les premières pages de sa thèse :

> « Nous choisissons pour introduire et susciter le fonctionnement des connaissances, des problèmes où elles interviennent dans au moins deux cadres. Nous privilégions les cadres (en fait les problèmes) dans lesquels l'imperfection des correspondances est créatrice de déséquilibres qu'il s'agit de compenser. » (1984 p.18)

Raymond Duval souligne l'originalité de ce choix (Duval 1995 p.18), mais très vite il n'en retient que le jeu sur les représentations auquel il donne une place fondamentale dans l'apprentissage. En effet, selon Raymond Duval, « l'activité conceptuelle implique la coordination des registres de représentation » (ibid. p.61), et plus encore : « il faut que le sujet soit parvenu au stade de la coordination de représentations sémiotiquement hétérogènes, pour qu'il puisse discriminer le représentant et le représenté, ou la représentation et le contenu conceptuel que cette représentation exprime, instancie ou illustre » (ibid.). L'accent que met Raymond Duval sur les représentations est finalement justifié par Régine Douady, elle-même, qui mêle les différents concepts, dans ses premières présentations de « cadre », d'une façon non triviale :

> « la plupart des concepts peuvent intervenir dans divers domaines, divers cadres physique, géométrique, graphique et autres. Un concept se traduit dans chacun d'eux en termes d'objets et relations qu'on peut appeler les signifiés du concept dans le cadre. Les signifiants qui leur sont associés peuvent éventuellement symboliser d'autres concepts dans le cadre des signifiés. […] Il en résulte des correspondances d'une part entre signifiés d'un même concept dans des cadres différents et d'autre part entre signifiés de concepts différents représentés dans le même cadre par les mêmes signifiants. » (1984 pp.17-18).

Le rôle prééminent des représentations en mathématiques est très probablement à l'origine de la difficulté à distinguer clairement la problématique des jeux de cadres de celle du jeu sur les registres sémiotiques, évoqué par Duval. Ce rôle, qu'il s'agisse de l'apprentissage ou de la pratique des mathématiques, est la source d'interrogations anciennes et difficiles qu'il n'est pas possible de reprendre dans les limites de ce texte. Je me contenterai de relever une présence récurrente et insistante des représentations, et de suggérer la fonction que nous pouvons leur donner dans les modèles que nous construisons.

2. Les cadres : un outil pour penser l'apprentissage en mathématiques

La première préoccupation de Régine Douady, lorsqu'elle forge la notion de cadre, est de préciser des critères sur les problèmes qui en fassent de bons moyens pour susciter un apprentissage des mathématiques. L'idée de « cadre », qu'elle propose, est celle d'un domaine des mathématiques qui soit assez bien identifié par ses objets, les relations qu'ils entretiennent et les types de représentation et de traitement qu'ils mobilisent. D'une certaine façon, Régine Douady part des deux postulats suivants :

- d'une part, tout concept mathématique est associé à plusieurs cadres qui peuvent être mis en relation par l'intermédiaire de systèmes de représentation ;
- d'autre part, les divers cadres ne coïncident pas, d'abord parce qu'ils ne mobilisent pas les mêmes propriétés et théorèmes, ensuite en raison des différences de valeur ostensive des systèmes de représentation qu'ils mettent en œuvre — cette dernière particularité fait du jeu de cadre un moyen effectif de construction de situations pertinentes pour favoriser un apprentissage.

Régine Douady formule ainsi son projet :

> « exprimer des conditions sur les problèmes pour que certains rapports de l'élève au problème soient assurés, que la dialectique outil-objet et le jeu de cadre soient possibles » (1984 p.19)

Les cadres n'ont donc pas un intérêt en eux-mêmes, mais par leurs relations qui peuvent mettre en valeur des propriétés d'un même concept par le jeu des différences entre les propriétés référentielles des systèmes de représentation qu'ils mobilisent. La notion de cadre est façonnée pour dessiner les contours d'un domaine des mathématiques en des termes qui seront pertinents pour analyser l'activité de l'élève et ses connaissances (ou plutôt ses conceptions, comme il y est fait souvent référence dans le mémoire de thèse), et pour concevoir une situation favorisant un apprentissage.

La question qui s'impose alors est celle de savoir comment le « cadre » se distingue du « milieu » qui, dans la théorie des situations didactiques, occupe la place que Régine Douady attribue aux cadres dans son approche. Cette question est sensiblement plus complexe si l'on est attentif au texte de la thèse :

> « Des situations de communication vont provoquer la mise en relation du cadre symbolique et du cadre matériel » (1984 p.42)
>
> « la situation provoque un jeu de cadre entre la réalité de l'enfant, le numérique, la représentation algébrique et graphique » (1984 p.57)

« Réalité de l'enfant », « représentations » et « cadre symbolique », « cadre matériel » apparaissent comme autant d'instances possibles d'un cadre ; certains penseront même à « contexte », « environnement », voire « connaissance située ». La situation est complexe.

3. Cadre versus conception, la clé des représentations

Dans le premier article présentant son travail de thèse dans *Recherches en didactique des mathématiques*, Régine Douady utilise une définition des cadres qui inclut une forte dimension cognitive :

> « Un cadre est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales associées à ces objets et ces relations. Ces images jouent un rôle essentiel dans le fonctionnement comme outils, des objets du cadre. Deux cadres peuvent comporter les mêmes objets et différer par les images mentales et la problématique développée. » (Douady 1986 p.11).

Cette acception des « cadres » justifierait de les considérer comme un moyen de modélisation des connaissances des élèves et donc les offre comme une alternative possible à l'utilisation des « conceptions » dans ce même but. C'est ce point que je vais discuter dans cette section. L'extrait ci-dessous, tiré du corpus constitué par Sophie Soury-Lavergne (1998) pour ses travaux de recherche, nous permettra de saisir la distinction qui doit être maintenue entre ces deux notions. Mais, surtout, il illustrera la relation que je propose de considérer entre cadre et conception dans la modélisation du système [Sujet<>Milieu].

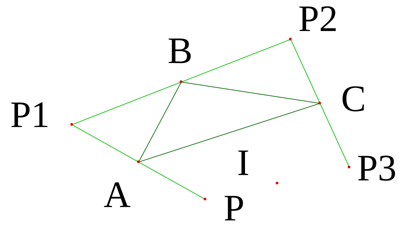
3.1. Une petite histoire de parallélogramme et d'invariant

Un professeur de mathématiques, Isabelle, et un élève, Fabien, se trouvent dans une situation de communication distante dans laquelle ils peuvent partager le même espace de travail (le micromonde de géométrie Cabri-géomètre), et communiquer en se voyant — certains diront, avec un sentiment de téléprésence.

Fabien prend contact avec Isabelle alors qu'il est engagé dans la résolution du problème suivant :

> Construire un triangle quelconque ABC. Construire un point P quelconque et son symétrique P1 par rapport à A, puis le

symétrique P2 de P1 par rapport à B, puis le symétrique P3 de P2 par rapport à C. Construire le milieu I de [PP3]



Que dire du point I quand on déplace P ? Expliquez.

Fabien manifeste de l'intérêt pour le parallélogramme ABCI, mais cet intérêt n'est pas lié à la preuve de sa conjecture initiale (I ne bouge pas), mais au caractère prégnant de ce quadrilatère dans le dessin. Isabelle conforte Fabien dans cette voie, mais probablement sans imaginer que le lien n'est pas fait avec la conjecture sur l'invariance de I.

83 *« … donc pour montrer que tu aurais un parallélogramme, tu aurais quoi comme idée ? »*

Après que Fabien ait effectivement (et correctement) montré que le quadrilatère ABCI est un parallélogramme, Isabelle revient sur la conjecture qui est l'objet de l'interaction et suggère le fait crucial qui a pour conséquence l'immobilité de I :

117 *«… tu t'es servi de plein de points intermédiaires mais au niveau de la conclusion ils interviennent plus, les points P, P1, P2, P3. »*

Le fait que le quadrilatère ABCI soit un parallélogramme étant établi, et avec lui — du point de vue de la géométrie — la raison pour laquelle I est immobile lorsque P est manipulé dans Cabri-géomètre, il ne reste pour le précepteur qu'à obtenir de la part de Fabien la formulation de ce que I est indépendant de P (ou encore de P et des trois points intermédiaires P1, P2, P3).

133 *« Qu'est-ce que ça veut dire, tiens, que quand on bouge P, I ne bouge pas ? Ça veut dire que I est comment ? »*

[…] […]

139 *« Mais si il [ne] bouge pas quand tu bouges P et P3 […] Ça veut dire quoi ? I, le point I tu m'as dit qu'il bougeait en fonction de quels points ?*

[…] […]

143 *« Les autres, ils ne bougent pas. Tu vois ce que je veux dire ? Alors comment est-ce que tu pourrais le définir le point I, finalement, sans te servir des points P, P1, P2, P3 ? »*

Malgré tous les efforts d'Isabelle, que Sophie Soury-Lavergne analyse en termes de « contrat didactique » et d'« étayage » au sens de Bruner (ibid. chapitre 1), Fabien ne parvient pas à établir le lien si fortement suggéré :

150 *« Je ne vois pas sur quoi partir. »*

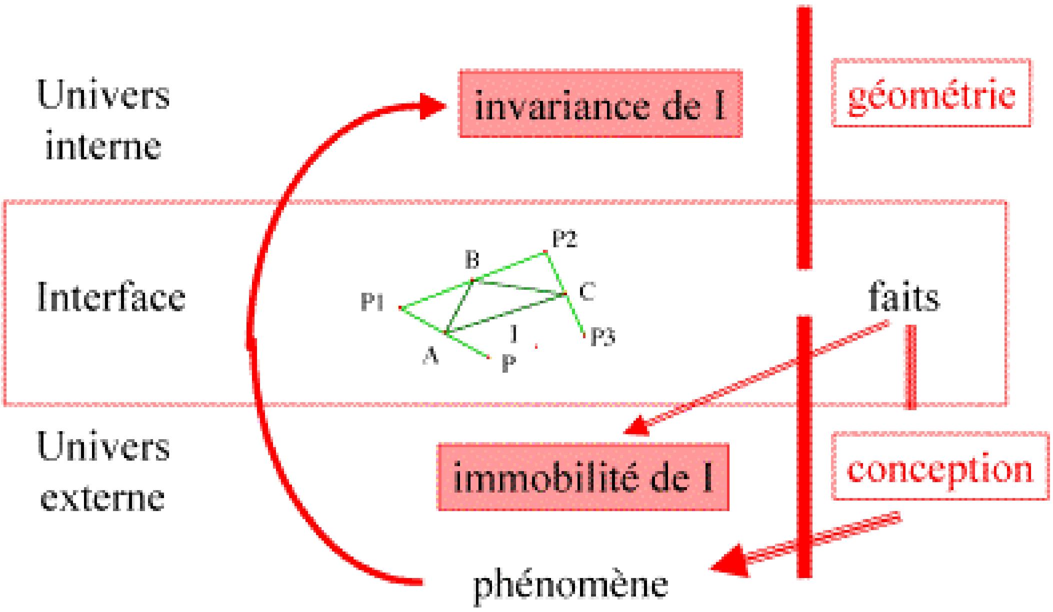
L'environnement informatique utilisé permet la constitution non pas d'un milieu commun au précepteur et à l'élève, mais celle de deux milieux distincts dont le système de représentation des objets géométriques à l'interface permet la mise en relation, voire l'illusion de la superposition. La modélisation des conceptions permet de préciser la distinction nécessaire entre ces deux milieux ; en effet, les conceptions se constituent ici en symptômes du dédoublement de l'environnement informatique.

La conception d'Isabelle peut être décrite rapidement comme « géométrique » : les opérateurs et les contrôles sont ceux que fournissent les mathématiques (définitions, théorèmes, démonstration), le système de représentation est celui de la géométrie comme théorie associée au registre sémiotique dynamique offert par l'interface de Cabri-géomètre (au sens de Duval). Isabelle lit les propriétés géométriques dans l'interface graphique du logiciel.

La conception de Fabien peut être décrite rapidement comme « mécanique » : les opérateurs sont les primitives de l'interface du logiciel, le système de représentation est donné par l'interface graphique, les contrôles sont perceptifs. Fabien ne nous le révèle pas au cours de l'observation, mais un autre élève explicitera assez nettement cette conception dans les mêmes circonstances :

> Sébatien : Bon… j'ai dit… mais ce n'est pas très clair… que quand, par exemple, on déplace P vers la gauche, alors P3 compense vers la droite. S'il va vers le haut, alors l'autre descend vers le bas…

Si Isabelle et Fabien constatent ensemble un *fait* — I est immobile — en revanche ils ne perçoivent pas le même *phénomène*. Pour l'une, I est un invariant dans une transformation, pour l'autre, I est un point qui ne bouge pas dans la manipulation directe à l'interface du logiciel. Les conceptions dont je viens d'esquisser les contours ne se comprennent à l'évidence pas en ne prenant en compte que les « sujets » engagés dans la situation, mais bien en prenant en compte le système [Sujet<>Milieu] dans cette même situation (dont il faudrait aussi analyser les caractéristiques didactiques) dont chaque conception proposée est finalement une modélisation possible. Le jeu des conceptions est ce qui constitue le problème didactique auquel le professeur, Isabelle, est confronté.



Le dispositif informatique découpe deux univers, un univers interne (l’intérieur de la boîte grise) et un univers externe (dans lequel se trouve l’utilisateur). Ces deux univers communiquent par une interface — dont il faut se souvenir qu’elle n’est pas une couche mince mais qu’elle a des ancrages profonds dans chacun des deux univers. Dans l’univers interne se trouve exprimé sous des formes physiques et symboliques un modèle, ici un modèle de la géométrie[3]. Les calculs dans ce modèle déterminent le comportement des objets de l’interface ; la propriété d’invariance du point I dans le modèle détermine donc l’immobilité de sa représentation à l’interface. Le fait de cette immobilité est observé par tout utilisateur, et en particulier par Isabelle et Fabien, ce *fait* ne deviendra un *phénomène*, notamment une propriété géométrique, que par son traitement par une conception.

La notion de cadre permet de comprendre les deux instances du système [Sujet<>Milieu] qu’actualisent Isabelle et Fabien, en référence aux mathématiques et dans une problématique adidactique (je laisse ici de coté les composantes qui seraient apportées par la mise en situation réalisée par Sophie Soury-Lavergne pour son étude).

Une façon simple de décrire le hiatus observé dans la communication entre Isabelle et Fabien, est d'exprimer qu'*Isabelle lit des propriétés géométriques* exprimées à l'interface de Cabri-géomètre par des représentations graphiques, alors que *Fabien observe des objets* articulés, des mécanismes. Le passage des mécanismes à la géométrie ne va pas de soi, c'est un processus de modélisation que suggère et résume l’illustration ci-dessus.

Dans la situation que je viens de décrire, les protagonistes sont sollicités relativement à un même cadre que j’appellerai ici « cadre géométrique ». Mais pour être précis, je devrais plutôt parler d’un « cadre géométrique dynamique » car le système de représentation graphique est augmenté de propriétés dynamiques (des propriétés révélées par la manipulation directe). Cette augmentation est essentielle car ce qui est disponible n’est plus un simple système de représentation graphique, mais un véritable registre sémiotique dans lequel la robustesse des contraintes géométriques dans la manipulation directe constitue la règle de conformité au sens de Duval (1995 pp.37-38 et ci-dessous, section 5). Les propriétés ostensives du système de représentation mobilisé dans ce cadre géométrique jouent à l’évidence un rôle crucial, rôle

[3] On pourra être tenté d’identifier ce modèle au cadre géométrique, raccourci trompeur comme le montre aisément un questionnement dans une problématique de transposition (il y aurait donc bien d’autres conceptions à examiner que celles d’Isabelle et Fabien).

qui ne peut être compris qu'en prenant en compte les usages mathématiques potentiels que peuvent en faire les individus.

Le « cadre géométrique » fournit au chercheur un outil pour situer la modélisation mathématique du système [Sujet<>Milieu]. On doit remarquer que dans la situation décrite ci-dessus, tout se passe comme si une partie du cadre était partagée par le précepteur et l'élève[4]. Notamment, ensemble, ils identifient le quadrilatère ABCI, et ils développent une preuve que ce quadrilatère est un parallélogramme. En revanche, ils n'identifient pas dans les mêmes termes la relation du point I aux points P, A, B, C. Régine Douady rend compte de cette situation en introduisant la notion de fenêtre conceptuelle complémentaire de celle de cadre :

> « Ainsi, en mathématiques, une fenêtre conceptuelle est un fragment de mathématiques attaché à un problème et à quelqu'un qui le cherche, ou attaché à une stratégie de résolution choisie et éventuellement mise en oeuvre par le chercheur, indexé par le temps. Un cadre est une partie d'une branche des mathématiques, indexé par le temps. » (Douady 1992)

La partie des mathématiques en question étant celle qui rend compte du système [Sujet<>Milieu] dans la situation observée ou, mieux encore, celle qui le modélise.

Revenons à Isabelle et Fabien. Lorsqu'ils reprendront leurs échanges, Isabelle conclura l'épisode par une « explication » explicitant le lien entre les deux conceptions, géométrique et mécanique :

> 202 « *Une fois que tu as démontré que* [I] *c'est le quatrième point, vu que le point*
> & *P ne dépend pas* […] *des points A, B, C* […] *C'est pour ça que si tu bouges le*
> 204 *point P, le point I n'a aucune raison de bouger.* »

Fabien ponctuera cette explication et, avec elle, la fin de l'épisode, d'un « *Ah d'accord !* »

3.2. Les représentation, pivots entre cadre et conception

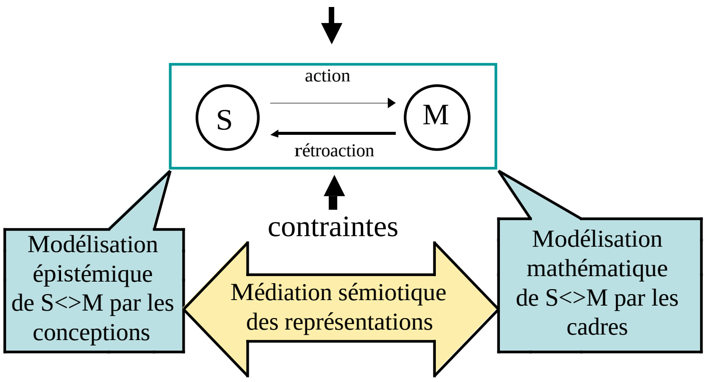
Les représentations, langagières ou non langagières, jouent un rôle déterminant dans la caractérisation d'un cadre. En effet, la caractérisation d'un cadre passe nécessairement par celle d'un système de représentation, voire d'un registre sémiotique. En effet, comme cela est le cas pour les conceptions, un système de représentation est ce qui permet de formuler les problèmes accessibles dans le cadre considéré, les moyens de leurs solutions ainsi que ceux de la validation de ces solutions. Ce système de représentation peut avoir une force particulière, marquant, en quelque sorte, le cadre dans lequel il est mobilisé. Reprenons, par exemple, le cas de la géométrie : le dessin géométrique (dessins dans les règles de l'art), les représentations manipulables à l'interface d'un logiciel de géométrie dynamique, ou les représentations algébriques de la géométrie analytique donnent à voir la spécificité des cadres correspondants. La valeur ostensive de ces systèmes de représentation est notamment déterminante dans la mise en place des contrôles, et donc des modalités de validation, dans

[4] En fait, une lecture fréquente de cette analyse est celle qui identifie le cadre à la conception du professeur ou encore à la conception du lecteur. Voir à ce sujet la conclusion de ce texte.

chacun des cas évoqués — c'est bien par la représentation que nous distinguons d'abord, dans cet exemple, trois cadres géométriques distincts. Remarquons enfin que, dans le cas de la géométrie analytique, la représentation algébrique permettra le passage au cadre algébrique — parfois au prix de la perte du sens géométrique des calculs (en fait, il faut noter qu'un changement de cadres va s'accompagner d'une modification des problèmes qui peuvent être posés et traités).

Le rôle que nous reconnaissons ici aux représentations dans la caractérisation des cadres est analogue à celui que je leur ai donné dans la constitution du quadruplet qui caractérise des conceptions — il est en fait repris du rôle donné par Gérard Vergnaud aux signifiants dans la caractérisation des concepts mathématiques. Ainsi est plus manifeste encore le parallèle entre cadres et conceptions : les premiers nous donnent accès à une modélisation mathématique du système [Sujet<>Milieu], les seconds nous donnent accès à une caractérisation épistémique. C'est cette dualité qu'illustre le schéma ci-dessous qui, par ailleurs, souligne le rôle pivot des représentations.

Deux modèles du système [S<>M]



Les représentations permettent ainsi la mise en relation entre cadre et conception, à proprement parler une « médiation sémiotique » analogue à celle permettant la mise en relation entre « sens » et « signification » d'un concept, voire la mise en relation entre significations. On peut noter que la force des représentations est parfois telle que, constituées en registres sémiotiques (c'est-à-dire intégrant des règles propres de conformité), elles peuvent paraître se substituer au cadre ou se confondre avec lui. C'est ici que réside la source du hiatus entre Isabelle et Fabien… C'est peut être aussi ce qui peut expliquer la tentative de Régine Douady d'introduire une dimension cognitive dans la définition des cadres dans ses publications du milieu des années 80. La définition qu'elle propose au début des années 90, au contraire, revient sur une position dédiant les cadres à la modélisation mathématique : « Un cadre est une partie d'une branche des mathématiques, indexée par le temps. » (ibid. 1991), la notion de « fenêtre conceptuelle » étant proposée en complément pour une prise en compte plus précise du sujet — au fond, la notion de fenêtre conceptuelle devrait peut-être être substituée à celle de cadre dans l'illustration ci-dessus pour rendre compte plus précisément d'une instance donnée du système [Sujet<>Milieu]. On peut noter que si l'on devait caractériser une fenêtre conceptuelle, on préciserait des définitions et des théorèmes dans un système de représentation et un mode de preuve ou de calcul. La proximité entre cadre et conception, restant respectivement sur le versant mathématique et épistémique, pourrait être recherchée jusqu'au niveau structurel ; n'est-ce pas cette intuition qui a guidée Gérard Vergnaud lorsqu'il a proposé le concept de « théorème en acte » ?

4. Jeux de cadres et de jeux de conceptions

La distance que nous venons d'observer entre Isabelle et Fabien, distance entre les conceptions d'un professeur et d'un élève, peut être observée entre des conceptions d'élèves. C'est ce jeu sur les conceptions que proposent d'exploiter les approches qui s'appuient sur l'interaction sociale et recherchent les conflits socio-cognitifs pour susciter un apprentissage. Régine Douady a conçu pour son travail de recherche des situations expérimentales qui mettent en œuvre de façon importante de telles interactions dont l'une des vertus, pour le chercheur, est de mieux donner à voir les processus à l'œuvre dans l'apprentissage et l'évolution des élèves grâce aux explicitations dans le dialogue. C'est en termes de conceptions des élèves que sont conduites les analyses des situations conçues par ailleurs en termes de jeux de cadres et de dialectique outil-objet.

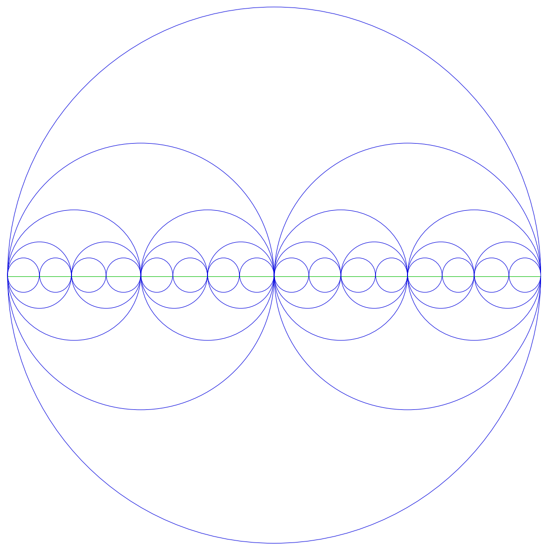
Je vais examiner cet aspect dans ce qui suit, en m'appuyant sur un extrait du corpus rassemblé par Bettina Pedemonte pour les besoins des travaux qu'elle a conduits pour la réalisation de sa thèse sur l'argumentation et la preuve en mathématiques (Pedemonte 2002). Nous le verrons, les notions de « cadres » et « conceptions » se conjuguent à nouveau pour permettre de comprendre les activités des élèves et leurs interactions.

4.1. Petite histoire de cercle et de limite

Deux élèves de Seconde, Vincent et Ludovic, sont dans une situation de résolution de problème dans des modalités expérimentales classiques : ils doivent fournir une solution commune au problème ci-dessous, ils disposent de Cabri-géomètre. Les dialogues ont été enregistrés pour être, ensuite, analysés du point de vue de l'argumentation et de la preuve. Je m'intéresse ici à un extrait de protocole en me plaçant dans la perspective d'une analyse en termes de cadres, de conception et de représentation.

Le problème posé est suivant :

> A partir d'un segment AB, on construit un cercle ayant AB comme diamètre.
> Partager AB en deux parties égales, AC et CB. On construit deux cercles ayant pour diamètres respectivement AC et CB. On continue à découper les segments résultant en deux moitiés, et on construit sur ces parties les cercles ayant pour diamètres ces segments.
>
> > Comment varie la longueur totale des périmètres ?
> > Comment varie l'aire totale des cercles ?



Tracer la figure à main levée — contrairement à ce qui est présenté ci-dessus — fournit aux élèves une évocation graphique de la situation dont le statut mathématique ne s'impose pas d'emblée. La résolution du problème s'engage dans le cadre d'une *arithmétique symbolique* (Balacheff 2001) qui est celle dans laquelle sont décrits les calculs du périmètre et de l'aire d'un cercle.

Au cours de l'échange ci-dessous les élèves mettent en place la conjecture sur le périmètre de la figure. Au premier examen on peut hésiter sur le fait qu'ils engagent des conceptions relevant de l'arithmétique symbolique, ce que suggère le lien qui est maintenu avec la figure, ou de l'algèbre, ce que suggère la manipulation des expressions.

9. Vincent : le périmètre c'est $2\pi r$ et l'aire c'est πr^2
10. Ludovic : oui
11. Vincent : mais comment évolue le rayon déjà ? r est divisé par 2 ?
12. Ludovic : oui, le premier périmètre est $2\pi r$ et le deuxième est $2\pi r$ sur 2 plus $2\pi r$ sur 2 et donc …. ça va être le même
13. Vincent : et oui…
14. Ludovic : et ça va à être toujours le même parce que… Regarde ! on va appeler r au premier, r est le rayon du premier, le premier cercle a le périmètre….
15. Vincent : $2\pi r$
16. Ludovic : $2\pi r$, et la somme des deuxièmes est $2\pi r$ sur 2
17. Vincent : plus $2\pi r$ sur 2 donc $2\pi r$ …. Etc.… l'autre est $2\pi r$ sur 4 mais pour 4 fois
18. Ludovic : donc la somme est toujours $2\pi r$
19. Vincent : c'est toujours le même périmètre….

Vincent et Ludovic paraissent en parfait accord pour considérer que la somme des périmètres des cercles est constante, quel que soit le nombre d'itération de la construction. Les élèves abordent ensuite la question de l'aire de la figure :

20. Ludovic : oui, par contre, l'aire… l'aire c'est πr^2 au carré
21. Vincent : là on va avoir …
22. Ludovic : hum…. Ça va être divisé par 2 à chaque fois
23. Vincent : Oui, $\pi(r/2)^2$ plus $\pi(r/2)^2$ est égal à
24. Ludovic : est égal à … $\pi r^2/2$
25. Vincent : oui c'est comme ça en divisant par deux
26. Ludovic : oui, et donc c'est toujours la moitié de la précédente

31. Vincent : l'aire est à chaque fois divisée par deux….et à la limite? A la limite c'est une droite, confondue avec le segment de départ …
32. Ludovic : mais l'aire est divisée par deux à chaque fois
33. Vincent : oui, mais à la limite arrive à zéro
34. Ludovic : oui c'est vrai que si on continue…
35. Vincent : elle tend à zéro
36. Ludovic : oui elle tend à zéro l'aire

À nouveau, l’accord paraît gagné : l’aire de la figure à l’étape n de la construction sera de la forme $\pi r^2/2n$ et donc tendra vers zéro avec n. En fait, il n’en est rien :

37. Vincent : oui mais alors le périmètre ?
38. Ludovic : non, le périmètre est toujours le même
39. Vincent : au pire le périmètre il tombe jusqu'à deux fois le segment
40. Ludovic : comment ?
41. Vincent : ça tombe sur le segment… si les cercles sont tellement petits
42. Ludovic : hum… mais ce sera toujours $2\pi r$
43. Vincent: oui mais quand l'aire tend à zéro ça sera presque égale…
44. Ludovic : non, je pense non
45. Vincent : si on fait tendre à zéro l'aire on fait tendre le périmètre aussi… je ne sais pas…
46. Ludovic : Je finis la première démonstration
47. Vincent : mais, si on fait tendre l'aire à zéro, on pourrait faire tendre le périmètre à deux fois le…. Au diamètre du premier
48. Ludovic : c'est différent, le périmètre est constant
49. Vincent : ah d'accord…

Ludovic termine d'écrire la démonstration. Les élèves ne se parlent plus. Je reproduis ci-dessous cette démonstration qui atteste de la bonne maîtrise du cadre algébrique de Ludovic, il en va autrement de Vincent comme nous le verrons dans l’analyse qui suit.

Notons R le premier rayon (R=AB)

1) Soit P_1, P_2, P_4,… les périmètres respectifs du premier cercle, des deux seconds, des quatre troisièmes,…

$P_1=2\pi R$

$P_2=2\pi R/2 +2\pi R/2 = 2\pi R$

$P_4=2\pi R/4+2\pi R/4+2\pi R/4+2\pi R/4=2\pi R$

…

$P_n=\underbrace{2\pi R/n+2\pi R/n +2\pi R/n +\ldots+2\pi R/n}_{n \text{ fois}} =2\pi R$

donc le périmètre est constant

2) Soit A_1, A_2, A_4,… les aires respectives du premier cercle, des deux secondes, des quatre troisièmes,…

$A_1=\pi R^2$

$A_2\ \pi R^2/4+\pi R^2/4=\pi R^2/2=A_1/2$

$A_4=\pi R^2/16+\pi R^2/16+\pi R^2/16+\pi R^2/16=\pi R^2/4=A_1/4$

…

$A_n=\pi R^2/n^2+\pi R^2/n^2+\ldots+ \pi R^2/n^2=\pi R^2/n^2 * n= \ =\pi R^2/n = A_1/n$

donc l’aire tend vers zéro quand n augmente

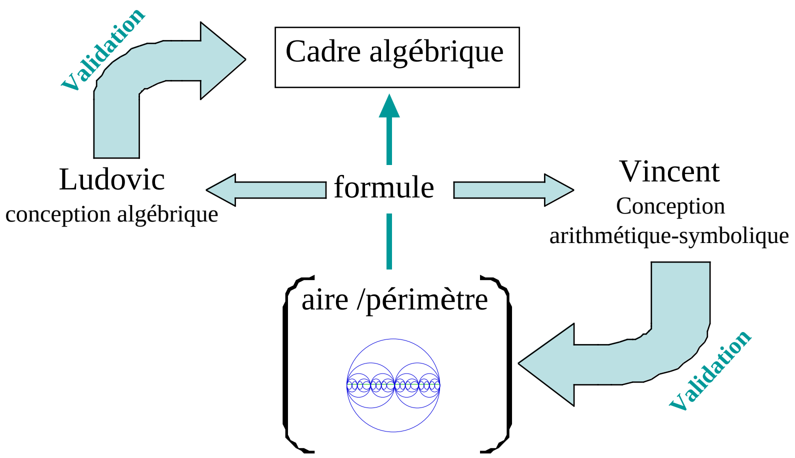
4.2. Les représentations, pivots entre cadre et conception

Si Ludovic est dans le cadre algébrique, comme le montre les échanges avec Vincent, surtout la démonstration qu’il rédige, et mobilise une conception que l’on peut qualifier d’algébrique, il n’en va pas de même pour Vincent. Ce dernier manipule les écritures littérales, évocatrices de l’algèbre, mais sous le contrôle de l’évidence perceptive : la figure s’écrase sur le segment son aire tend vers zéro et son périmètre vers la longueur du segment. La conception de Vincent est de type « arithmétique symbolique », conception dont le système de représentation et les opérateurs sont empruntés de l’algèbre mais dont la structure de contrôle est marquée par le retour à la situation modélisée.

Le milieu pour Vincent est celui des objets de la géométrie, représentés et manipulés dans le registre graphique et sur lesquels il réalise des expériences mentales. Deux cadres interagiraient donc : géométrique et algébrique, mais le géométrique est ici, en fait, le monde matériel de l’interface. En revanche, le milieu pour Ludovic est celui des écritures algébriques dont il suit la syntaxe ; il travaille dans le cadre algébrique.

Le système de représentation de l’algèbre assure un lien entre la conception de Vincent et celle de Ludovic, en revanche le système de représentation graphique n’a pas le même statut dans les deux cas. Pour Ludovic, cette représentation permet de passer au cadre algébrique en guidant les premières écritures il ne reviendra pas au dessin. Pour Vincent, la représentation constitue le domaine phénoménal qui permet le contrôle de ce qui est représenté par les expressions littérales — *de visu* ou au terme d’une expérience mentale.

Jeu de cadres et de conceptions



La représentation, ici la formule algébrique, joue un rôle pivot à la fois entre les conceptions des élèves et entre les cadres sur lesquels chacun s’appuie. La conception algébrique de Ludovic lui permet d’exploiter pleinement la propriété d’être un registre sémiotique de l’écriture algébrique, notamment en s’appuyant sur les règles de conformité de ce registre. Vincent, quant à lui, en reste à la force ostensive du système de représentation relativement à la situation, c’est-à-dire sa capacité à donner à voir des propriétés qui devraient être lues directement sur la figure que les élèves ont construite.

Entre les cadres ce même pivot a la force d’une médiation sémiotique, il permet le passage du cadre dans lequel est posé le problème (celui des objets de la géométrie et de leurs propriétés métriques exprimées par des formules) au cadre algébrique. Entre les conceptions il permet les interactions et le dialogue entre les élèves, voire leur coopération (voir les deux premiers extraits) jusqu'au point où ils investissent la représentation commune de significations et de modes de fonctionnement différents, notamment sur le terrain de la validation.

Le lecteur pourra résoudre le problème posé dans chacun des cadres, algébrique et arithmétique symbolique, pour constater que cela est possible pour autant que, dans le second cas, on dépasse le paradoxe suscité par le rapprochement de ce que « dit » le calcul et de ce que « montre » le dessin — ce que Vincent ne parvient pas à faire. On constatera aussi que la résolution correcte de ce problème demande une maîtrise du raisonnement par récurrence — qui fait défaut à Ludovic et qu'il dépasse par une représentation — et du traitement des suites numériques.

5. L'informatique offre-t-elle un cadre ?

Dans les dernières lignes du mémoire de thèse, Régine Douady livre une remarque sur laquelle je souhaiterais m'attarder un peu. Elle écrit : « Signalons que l'informatique est en train d'offrir aux enseignants un cadre susceptible d'entrer dans des jeux de cadres qui peuvent se révéler très efficaces du point de vue de l'apprentissage. Ce cadre peut cependant rester stérile tout en faisant illusion, s'il est seulement juxtaposé et étranger aux autres. » (ibid. p.319)

En près de vingt ans, l'informatique a fait des progrès immenses et s'est largement déployée dans l'enseignement sous diverses formes, dans lesquelles j'inclus les calculatrices qui offrent notamment des fonctionnalités de calcul symbolique et de traitement graphique. Les applications développées sont très variées, parmi elles on peut notamment compter les ressources multimédia, les environnements pour l'apprentissage et les environnements pour la représentation et le traitement des objets mathématiques. C'est à propos de ces derniers que je vais considérer ici la question posée par Régine Douady ; les environnements pour l'apprentissage devant relever d'une problématique plus générale que celle des cadres en raison des interactions de nature didactique qu'ils mettent en œuvre.

Pour aller plus loin, il est nécessaire de rappeler ce que Raymond Duval désigne précisément par registre sémiotique. Un registre sémiotique au sens de Duval (1995 pp.37-38) doit satisfaire les quatre exigences suivantes :

i. être constitué de *traces identifiables* comme une représentation de quelque chose
ii. disposer de *règles de transformation* pour produire d'autres représentations pouvant constituer un apport de connaissances
iii. disposer de *règles de conversion* vers un autre système de représentation pour expliciter d'autres significations
iv. disposer de *règles de conformité* pour la constitution des unités de niveau supérieur

Si la question était celle de savoir si un environnement de représentation et de traitement des objets mathématiques est un registre sémiotique, alors la réponse qui s'impose est clairement positive. Ces environnements, qui constituent la classe des micromondes, satisfont immédiatement les critères (i), (ii) et (iv). Le critère (iii) est, quant à lui, au moins satisfait par le fait qu'un logiciel est par construction un objet intermédiaire entre plusieurs systèmes de représentation, parmi lesquels celui d'un modèle de référence dont il est l'expression et celui du langage dans lequel se modèle est exprimé pour être accessible au calcul. Le critère (iv) doit être distingué, en effet l'existence de règles de conformité spécifiques pour construire des entités d'ordre supérieur à partir d'entités élémentaires (qu'il s'agisse de critères syntaxiques comme dans le cas des environnements algébriques ou de critères perceptifs comme dans le cas des environnements de géométrie dynamique) va donner à ces micromondes une puissance que ne possèdent pas les registres sémiotiques statiques. Notamment, la validité au sens des mathématiques paraîtra se rapprocher de la validité au sens du registre, voire se confondre avec elle.

Les mathématiques ont la particularité singulière d'engager les représentations à la fois comme constituant du milieu (l'objet triangle) et comme systèmes de signifiants (la représentation du triangle). C'est dans ces termes, opposant « registre »[5] et « milieu », que j'aurais pu analyser le hiatus entre la compréhension qu'ont Isabelle et Fabien de la situation : Isabelle lit de la géométrie dans le registre offert par l'interface d'un micromonde de géométrie dynamique, Fabien manipule les objets du logiciel Cabri-géomètre. Cette dualité prend une dimension beaucoup plus significative dans le cadre des micromondes mathématiques en raison de la place occupée par les feed-back du logiciel qui peuvent être vus soit comme des rétroactions des objets à la suite des actions de l'utilisateur, soit comme une indication de la violation d'une règle de conformité dans l'assemblage des signifiants élémentaires pour la constitution d'un signifiant de niveau supérieur.

Outils puissants de représentation et de traitement des objets mathématiques et de leurs relations, les micromondes peuvent être modélisés soit comme des registres sémiotiques au service du mathématicien, soit comme des milieux particulièrement pertinent pour susciter certains apprentissages. Le jeu sur la double dimension de registre et de milieu de ces environnements leur donne une valeur jusque là sans pareil pour la résolution de problème dont peuvent tirer parti les mathématiciens, passant d'une activité d'écriture et d'expression des idées dans le premier cas à une activité d'exploration et d'expérimentation dans le second cas.

Ainsi, l'informatique fournit-elle de nouveaux registres sémiotiques et de nouveaux milieux pour l'activité mathématique. Ce constat ne fait cependant pas avancer la question initiale de Régine Douady : l'informatique offre-elle un cadre ? Il faut, pour répondre à cette question, préciser la branche des mathématiques à laquelle donne accès tel ou tel logiciel. Evoquer la géométrie pour Cabri-géomètre, ou l'algèbre pour Edix ou l'analyse pour Mapple est un peu court. Il faut se garder d'aller trop vite, l'évidence est trompeuse.

En géométrie, de nombreux exemples attestent de comportements surprenants de constructions élémentaires que l'on aurait pensées a priori sans histoire. La gestion des intersections de cercles et de droites, notamment, sont la source de comportements inattendus dont Ulrich Kortenkamp, auteur d'un travail pionnier sur les fondements de la géométrie dynamique, analyse dans sa thèse les origines et les implications (Kortenkamp 1999). Parce que la géométrie ne suffit pas à elle seule à déterminer le comportement des objets des micromondes de géométrie dynamique dans la manipulation directe, le modèle mathématique — c'est-à-dire le cadre au sens de Douady — qui rend compte de ce micromonde ne peut être simplement celui de la géométrie (Laborde 1997). L'informatique fournit à la géométrie un registre sémiotique dont une règle de conformité est la robustesse dans la manipulation directe des propriétés observées dans une configuration donnée, reste à comprendre quelle

[5] i.e. « registre sémiotique »

notion de validité au sens mathématique sous-tend cette règle. Pour cela, Kortenkamp propose de redéfinir la notion de théorème : un théorème de géométrie dynamique est un énoncé de géométrie dynamique [disons, un programme] qui est vrai et dont toutes les instances qui peuvent être atteintes par un déplacement continu sont aussi vraies (ibid. p.111). Pour autant, la question de savoir à quel cadre nous avons affaire reste largement ouverte.

Des remarques analogues peuvent être faites pour tout autre micromonde mathématique (en algèbre, en analyse, en statistique et probabilité, etc.). Avec le même questionnement sur la nature du cadre qui préciserait le domaine mathématique auquel le micromonde donne accès, ou sur lequel il peut ouvrir une fenêtre conceptuelle. Certaines de ces fenêtres s'ouvriront sur les mathématiques qu'envisageait le concepteur, d'autres surprendront et demanderont un important travail pour être précisées.

Finalement, la question posée par Régine Douady reste sans réponse. Ou plutôt, la réponse serait que nous n'en savons pas encore assez. Si nous pouvons reconnaître à l'interface des environnements informatiques la constitution de nouveaux registres sémiotiques, de nouveaux outils d'expression des mathématiques, la question de la relation de ces registres avec les modèles de calcul mis en œuvre et les modèles (cadres) de référence est ouverte. On peut dès lors risquer la réponse : oui, l'informatique offre de nouveaux cadres, mais nous ne connaissons encore d'eux que l'apparence, la *représentation*. Leur objet, la *référence*, reste à découvrir : elle n'est pas simplement celle qui fut invoquée pour le développement.

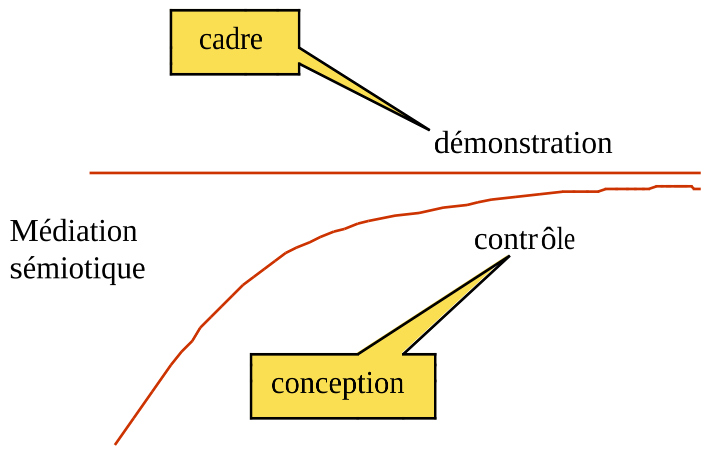
6. Conclusion

La distinction entre « cadre » et « conception » est à rechercher dans l'ancrage problématique de chacun de ces concepts. Chacun d'entre eux a pour but de rendre compte d'un système cognitif constitué de deux sous-systèmes, un sujet et un milieu, dont les interactions et la dynamique est spécifique d'un état de connaissance. Chacun d'eux est forgé pour aborder l'étude des conditions permettant l'évolution de cet état. Dans la problématique des « cadres » c'est de l'analyse mathématique que l'on cherche à inférer ces conditions, dans celle des « conceptions » c'est de l'analyse des situations en tant que productrice des contraintes qui rendront nécessaire l'évolution recherchée. Les fondements de la théorie des situations didactiques se construisent à la fois sur la spécificité des mathématiques et sur la compréhension de l'économie propre au système [Sujet<>Milieu]. Ainsi est-il nécessaire de pouvoir rendre compte également de ce système relativement aux mathématiques — et c'est ce que prend en charge le concept de « cadre » — et relativement au sujet qui apprend — et c'est ce que prend en charge le concept de « conception ».

Les registres sont un point focal des cadres, comme des conceptions. Mais ils ne sont pas plus que cela. Les règles de conformité mises en avant par Raymond Duval comme composante définitoire d'un registre peuvent parfois paraître justifier une identification du cadre au registre, voire à réduire les conceptions à un jeu de langage. C'est notamment souvent le cas pour la démonstration ou encore le calcul algébrique. Mais une telle position consisterait, de fait, à identifier la représentation et le représenté. Raymond Duval nous met lui-même en garde contre cette confusion et le souligne encore en nous faisant obligation de considérer au moins deux registres pour permettre la prise de conscience de l'existence de l'objet mathématique pris en référence. Il faut comprendre que les structures de contrôle propres à un cadre, ou à une conception, ne se confondent pas avec les règles de conformité du registre associé à ce cadre qui n'ont, elles, qu'une valeur syntaxique ou structurelle. Ainsi, en algèbre, le passage de [$x+a=0$] à [$x=-a$] est la mise en œuvre d'une règle conforme du registre algébrique réel (règle de réécriture encore exprimée par : « *a* passe de l'autre coté du signe égal et change de signe ») qui ne peut être confondue avec son référent en algèbre réelle qui est le théorème [$\forall a\ \forall b\ \forall c\ \ a=b$ *implique* $a+c=b+c$]. En effet, contrairement à la règle qui est en quelque sorte autonome, le théorème n'a de sens en tant que tel, comme le rappelle très justement Alessandra Mariotti, que s'il est explicitement lié à une théorie et à une démonstration au sein de cette théorie. Théorème et règle entretiennent cependant une étroite relation : le théorème donne du sens à la règle, ou encore, la règle exprime une instance opérationnelle du théorème.

Théorèmes et démonstration, règles de contrôle et argumentation, règles de conformité et genre sémiotique, les voies pour spécifier et caractériser « cadre », « registre » et « conception » sont structurellement analogues. Seules, finalement, les sépare clairement leurs problématiques, respectivement mathématique, sémiotique et cognitive. Il faut s'attendre à ce que cette ligne de séparation soit parfois difficile à dessiner, notamment lorsque l'on va s'intéresser à des mathématiques relativement avancées. Un exemple significatif est donné par le texte d'Adrien Douady (1994), « Changement de cadres à partir des surfaces minimales », dans lequel distinguer les conceptions du chercheur des cadres ou les cadres des registres sémiotiques n'est pas si aisé. Les commentaires du chercheur, destinés à communiquer au lecteur une idée de ce que peut être une démarche de recherche en mathématiques, ne doivent pas faire illusion. Ils pourraient être moins une révélation de la conception du chercheur que l'accompagnement métamathématique des cadres qui permettent leur mise en relation au sein des mathématiques et leur opérationnalisation. L'expression d'un cadre ne peut se passer d'un locuteur, les mathématiques sont ainsi faites qu'il faille s'attendre à ce que les conceptions évoluent vers une plus grande conformité au savoir de référence. Au fond, la représentation et le fonctionnement d'un cadre sont pragmatiquement assimilés à ce que le mathématicien professionnel en dit. L'illustration ci-dessous caricature la complexité de la tâche. Je conclurai sur ce clin d'œil…

Limite (conception de x sur μ) = cadre (μ)
x apprend μ



Références

Artigue M. (1991) Épistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques.* 10(2/3) 241-285.

Balacheff N. (1995) Conception, propriété du système sujet/milieu. Publié dans : Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (eds.) *Actes de la VII° Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp.215-229). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

Balacheff N. (1995b) Conception, connaissance et concept. Publié dans : Denise Grenier (ed.) *Séminaire Didactique et Technologies cognitives en mathématiques* (pp.219-244). Grenoble : IMAG

Balacheff N. (2001) Symbolic arithmetic versus Algebra, the core of a didactical dilemma. Publié dans : R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, R. Lins (eds.) *Perspective on School Algebra* (pp. 249-260). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 7(2) 33-115. (aussi dans Brousseau 1998 pp. 47-112).

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage

Douady R. (1984) *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement mathématique. Une réalisation dans tout le cursus primaire.* Thèse. Paris : Université de Paris VII.

Douady R. (1985) The interplay between different settings. Tool-object dialectic in the extension of mathematical ability. Publié dans : Streefland L. (ed.) *Proceedings of the ninth international conference for the psychology of mathematics education* (Vol. 2, pp. 33-52). Utrecht: State University of Utrecht.

Douady R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques* 7(2)

Douady R. (1992) Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères-Irem* 6, 132-158

Duval R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine*. Bernes :Peter Lang.

Kortenkamp U. (1999) *Foundations of Dynamic Geometry*. Thèse. Zurich : Swiss Federal Insitute of Technology.

Laborde J.-M. (1997) Exploring non-euclidean geometry in a dynamic geometry environment like Cabri-géomètre. Publié dans : King J., Schattschneider D. (eds) *Geometry Turned On* (pp. 185–192). MAA Notes, vol. 41.

Soury-Lavergne S. (1998) *Etayage et explication dans le préceptorat distant, le cas de TéléCabri*. Thèse. Grenoble : Université Joseph Fourier (Grenoble 1)

Pedemonte B. (2002) *Étude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. Thèses. Université de Gène et Université Joseph Fourier (Grenoble 1).

Le laboratoire Leibniz est fortement pluridisciplinaire. Son activité scientifique couvre un large domaine qui comprend aussi bien des thèmes fondamentaux que des thèmes très liés aux applications, aussi bien en mathématiques qu'en informatique.

Les recherches sur les Environnements Informatiques d'Apprentissage Humain et la didactique des mathématiques ouvrent cette pluridisciplinarité sur les sciences humaines, elles jouent un rôle particulier en favorisant les coopérations entre différentes composantes du laboratoire.

* mathématiques discrètes et recherche opérationnelle
* logique et mathématique pour l'informatique
* informatique de la connaissance
* EIAH et didactique des mathématiques

Les cahiers du laboratoire Leibniz ont pour vocation la diffusion des rapports de recherche, des séminaires ou des projets de publication réalisés par des membres du laboratoire. Au-delà, Les cahiers peuvent accueillir des textes de chercheurs qui ne sont pas membres du laboratoire Leibniz mais qui travaillent sur des thèmes proches et ne disposent pas de tels supports de publication. Dans ce dernier cas, les textes proposés sont l'objet d'une évaluation par deux membres du Comité de Rédaction.

Contact Gestion & Réalisation : Jacky Coutin
Directeur de la publication : Nicolas Balacheff
ISSN : 1298-020X - © laboratoire Leibniz